2026年硕士研究生入学考试自命题考试大纲

考试科目代码： 考试科目名称：实变函数

适应专业：数学学术硕士

**一、试卷结构**

1) 试卷成绩及考试时间

本试卷满分为150分，考试时间为120分钟。

2)答题方式：闭卷、笔试。

3)试卷内容结构

程其襄等编的实变函数与泛函分析基础第一章至第六章。

4)题型结构

a: 填空题，10小题，每小题6分，共60分；

b: 判断题，10小题，每小题6分，共60分；

c: 证明题，2小题，每小题15分，共30分。

**二、考试内容与考试要求**

**1、集合论**

**考试内容**

集合概念：集合与元素，集合的表示法，集合的包含与相等；集合的运算：并集、交集、差集、余集、得摩根（De Morgan）法则，上限集，下限集，单调集列；集合的基数，映射、集合的对等及性质，伯恩斯坦(Bernstein)定理；可数集及其运算，不可数集；n维欧氏空间，两点间的距离，邻域，点列的收敛，点集间的距离，有界集，区间；内点，聚点，界点；开集，闭集，完备集；中开集、闭集及完备集的构造，Cantor集。

**考试要求**

（1）了解集合的概念，掌握集合的运算和集合关系式的论证的基本方法；

（2）理解映射、集合对等及基数概念，会用Bernstein定理；

（3）理解可数集的概念及其性质，了解不可数集，掌握证明可数集合的方法；

（4）了解n维欧氏空间的概念，掌握邻域的定义及基本性质；

（5）理解重要类型的点和点集；

（6）理解Cantor集的结构及其性质，掌握一维空间上开集与闭集的构造。

**2、测度论**

**考试内容**

Lebesgue外测度及其性质；Lebesgue测度与可测集；可测集的性质；零测集的性质，闭集开集的可测性；和型集，Borel集；可测函数及其一般性质，可测函数类；可测函数列的收敛性；一致收敛、几乎处处收敛，依测度收敛及其关系；叶果洛夫定理、鲁津定理。

**考试要求**

（1）掌握Lebesgue外测度的概念和基本性质；

（2）掌握卡拉泰奥多利（Caratheodory）给出的可测集定义和性质；掌握零测集的性质，闭集开集的可测性，了解和型集，Borel集；

（3）理解可测函数的概念，掌握可测函数的等价定义及判断函数可测的基本方法，掌握可测函数的基本性质，了解可测函数的结构，了解叶果洛夫定理、鲁津定理；

（4）理解几乎处处收敛的概念以及依测度收敛的概念，弄清可测函数列的几乎处处收敛、一致收敛和依测度收敛的关系；

**3、积分论**

**考试内容**

Riemann积分，Lebesgue积分的定义；一般可积函数；Lebesgue积分的性质；积分的极限定理；Lebesgue积分的几何意义，Fubini定理；有界变差函数、绝对连续函数。

**考试要求**

（1）理解Lebesgue积分的概念，弄清Riemann积分与Lebesgue 积分的关系，掌握Lebesgue积分的性质；

（2）了解积分的极限定理，掌握Lebesgue控制收敛定理，Fatou引理，Levi单调收敛定理和Lebesgue逐项积分定理的综合使用。

（3）掌握有界变差的定义，理解Lebesgue定理；理解绝对连续函数，理解绝对连续函数与不定积分的关系。

**三、参考书目**

1.程其襄，张奠宙等编， 实变函数与泛函分析基础(第四版)， 高等教育出版社，2019年。

2.夏道行，吴卓人等编，实变函数论与泛函分析(上册，第二版)，高等教育出版社，2010年；

3.郑维行，王声望编， 实变函数与泛函分析概要（第四版，第一册），高等教育出版社，2010年；

4.周民强, 实变函数论（第三版）, 北京大学出版社, 2016年。